

UNA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADO DE LA OPERATIVIDAD DE LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS

Rebeca Flores García, Gustavo Martínez Sierra

CICATA – IPN

México

rebefg@gmail.com

Campo de investigación: Números racionales y proporcionalidad

Nivel: Básico

Resumen. *En este artículo se da a conocer un avance de investigación vinculado con la noción de fracción y los distintos significados asociados a ella, además de cómo influyen los mismos en la manera de operarlas. Se pretende indagar cuántos de esos significados trascienden al momento de operar con las fracciones. También se pretende mostrar algunas evidencias que existen acerca de la conexión entre los múltiples significados y la inclusión de unos en otros.*

Palabras clave: construcción, significado, operatividad, fracción, socioepistemología

Introducción y justificación

El escrito pretende manifestar las inquietudes que existen en torno a los significados que giran alrededor de la noción de fracción, la cual es reconocida como una de las más complejas nociones a construir al ser enseñada y que es introducida en el nivel básico en México. Se presenta un estado del arte que revela información acerca de los significados que le han asociado, así como el surgimiento de vínculos con otras nociones.

De acuerdo con el Programa de estudio para la escuela secundaria en México (SEP, 2006): *el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo podrá ser importante cuando los alumnos lo puedan usar de manera flexible, para solucionar problemas. De ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, ya sea en términos de lenguaje, como de representaciones y procedimientos.*

A través de una breve indagación en el programa referido se tiene que 31 de los 103 temas incluidos corresponden a la noción de fracción y a la operatividad correspondiente; por ejemplo:

- Representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir de distintas informaciones, analizando las convenciones de esta representación.
- Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, utilizando de manera flexible diversos procedimientos.

- Enumerar los posibles resultados de una experiencia aleatoria, utilizando la escala de la probabilidad entre 0 y 1 y vinculando diferentes formas de expresarla.

-Resolver problemas aditivos con números fraccionarios y decimales, así como resolver problemas que impliquen la multiplicación y división con números fraccionarios en distintos contextos.

-Identificar y resolver situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, utilizando operadores fraccionarios y decimales.

Por otra parte, en el Libro para el Maestro – material de apoyo para el docente- (SEP, 2001) se menciona que uno de los temas más conflictivos tanto para el maestro en cuanto a su enseñanza como para el alumno en su aprendizaje es precisamente el de fracciones.

Preguntas de investigación, objetivos y marco teórico

Por lo anterior, se coloca la atención a tal tipo de hecho y desarrollamos en la actualidad un proyecto de investigación denominado: Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios, con el cual se pretende responder a las preguntas:

¿Cuáles son los significados asociados a la noción de fracción?

¿Cómo utilizarlos para construir un significado en la operatividad de los números fraccionarios?

¿Existe algún modelo que integre los distintos significados de la noción de fracción para su enseñanza?

Entre los objetivos del estudio se encuentran:

- Caracterizar los significados surgidos a partir del estudio desarrollado en el ámbito escolar.
- Determinar cuántos y cuáles de esos significados trascienden en la operatividad con los números fraccionarios buscando establecer una propuesta que integre los distintos significados para su enseñanza.

Su tratamiento estará basado en una Aproximación Socioepistemológica a través de sus dimensiones: epistemológica, cognitiva, didáctica y social. Como lo menciona Montiel (2005) citando a Cantoral (2002), en esta Aproximación Socioepistemológica se plantea como tarea fundamental el examen del conocimiento situado, aquél que mira y atiende a las circunstancias y

escenarios socioculturales particulares, caracterizando al conocimiento como el fruto entre la epistemología y los factores sociales.

Algunos referentes conceptuales necesarios corresponden a las nociones de: construcción, significado, operación y relación (especialmente la noción de relación de equivalencia); por lo que, elementos de soporte teórico provienen tanto de la matemática misma (nociones formales) como de aquellas teorías desarrolladas acerca de la Matemática y su enseñanza; entre éstas, algunas abordadas por: Piaget, D'Amore, Chevallard, Brousseau y de investigaciones relacionadas:

Piaget (Moreno, SF), es quien establece que la idea medular del pensamiento epistemológico es el constructivismo, en el que a lo largo de su desarrollo, el sujeto va elaborando no sólo conocimientos sino también estructuras mediante las cuales alcanza ese conocimiento. El sujeto construye su conocimiento del mundo y construye su propia inteligencia. En ese sentido la epistemología genética se propone revelar cómo la interacción entre el sujeto y el objeto genera el conocimiento.

D'Amore (2005) hace referencia a comprender y significar un concepto:

El comprender el concepto habrá de ser reflexionado como el acto de adquirir su significado, resaltando que tal acto será posiblemente un acto de generalización y de síntesis de significados en relación con elementos particulares de la 'estructura' del concepto siendo esta una red de significados de los enunciados considerados. En los que estos significados particulares habrán de ser adquiridos con actos de comprensión. La metodología de los actos de comprensión se preocupa por el proceso de construir el significado de los conceptos.

La noción de objeto matemático, propuesta por Chevallard (1991) y retomada por D'Amore (2005):

Procede de un sistema de praxis donde se manejan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral, de las palabras o de las expresiones pronunciadas; registro gestual; dominio de las inscripciones; dicho de otro modo: aquello que es posible dibujar o escribir.

Por su parte Brousseau, et al (2008) afirman que:

Al presentar a los conceptos matemáticos a través de Situaciones Didácticas específicas, se incluye la presentación de objetos con diferentes estructuras matemáticas en diferentes roles y en ambientes diferentes antes de que éstas sean reconocidas como isomorfas. De tal forma que muestra a las fracciones como medida, como razones y como funciones lineales de manera separada, y no al mismo tiempo como lo presenta la currícula tradicional.

Destacándose así dos puntos importantes al crear situaciones didácticas, ya que *busca*:

Ofrecer a los profesores:

- *Recursos de enseñanza de nociones matemáticas más cercanas a su definición actual y a los usos que aquellas de las formas estándares y*
- *Obtener el aprendizaje de esta matemática como un efecto de actividad matemática más auténtica en la parte correspondiente a los estudiantes.*

Investigaciones relacionadas

En la actualidad estamos realizando una exploración acerca del estado del arte, el cual de acuerdo con Fandiño (2005) y otros, reportan investigaciones en las que se incluyen las tendencias sobre las que giraban y giran actualmente dichos trabajos.

Fandiño describe tres períodos: de 1960 a 1980, de 1980 a 1990 y de 1990 hasta la actualidad.

Respecto al periodo de 1960 a 1980 se tuvo una gran cantidad de estudios con alumnos de entre 14 y 18 años; particularmente en los Estados Unidos sobresalen los estudios relacionados con el concepto de fracción, estudios relacionados con operaciones entre fracciones y dificultades relacionadas con ellas y los estudios vinculados con las diferentes interpretaciones de la idea de fracción.

De este periodo los aportes alcanzados por Kieren, evidencian la existencia de siete significados para el término “fracción” mostrando; que una de las principales dificultades para su aprendizaje, ligada tanto con el concepto como con las operaciones es precisamente esa multiplicidad de significados.

En el periodo de 1980 a 1990 se desarrollaron trabajos bajo cuatro directrices:

1. Aprendizaje en general, 2. Aprendizaje de operaciones con fracciones, 3. Comparaciones entre los valores de las fracciones y/o números decimales y las dificultades en la expansión de los números naturales a las fracciones o a decimales y 4. Problemas relacionados con las diferentes interpretaciones de la noción de “fracción”.

En este periodo aparecen dos cuestiones centrales que habrán de proporcionar un panorama más amplio en torno a las investigaciones presentadas:

- Aparecen artículos de Guy Brousseau (citado por Fandiño, 2005), relacionados con la enseñanza de los números decimales, basado en experiencias durante la década de los 70's en una escuela primaria de Francia. Sus escritos son fundamentales para la evolución de la Educación Matemática y demuestran una nueva metodología “la epistemología experimental”, dando lugar a una nueva idea de investigación en Educación Matemática. Asimismo, en sus artículos el autor define el conjunto D de números decimales como una extensión de N lo cual permitirá el pasaje a los números racionales, estudiando transitoriamente su historia y sus características algebraicas. Es necesario hacer mención de lo trascendente que es su aportación en ese sentido, ya que le da continuidad a su investigación alcanzando a establecer en 1986, como lo menciona Montiel (2005) la Teoría de Situaciones Didácticas; sentando así las bases para una disciplina científica encargada de analizar y teorizar sobre los fenómenos didácticos que brotan de la interacción sistémica del profesor y el estudiante respecto de un saber matemático escolar específico.
- Una contribución importante de un proyecto desarrollado en Estados Unidos a partir de 1979 hasta el 2000, donde un grupo de investigadores pusieron en marcha el Proyecto del Número Racional, generando más de 90 artículos hasta el 2003. El eje rector de esta investigación es el de los números racionales y todo lo que les acompaña en el campo del “razonamiento proporcional”, incluye referencias explícitas y significativas para las fracciones.

De 1990 a la actualidad se observaron investigaciones referidas a áreas más específicas (para estudiantes de entre 6 y 14 años de edad), tales como fracciones, números decimales, números racionales y algunas combinaciones como: fracciones y números racionales y fracciones y números decimales.

Sobresalen trabajos desarrollados por Valdemoros (citada por Fandiño, 2005), quien proporciona una amplia diversidad de perspectivas sobre el lenguaje de las fracciones, centrando su atención en la construcción del significado a través de diferentes sistemas simbólicos y referentes a los materiales y a los modelos concretos.

En este periodo también se deja abierta la posibilidad de profundizar acerca del uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de las fracciones, los decimales y los racionales, para lo cual Fandiño propone revisar el trabajo de Chiappini G., Pedemonte B., Molinari M. (citado por Fandiño, 2005), como uno de los más recientes dedicados a esta área.

En su obra, Fandiño (2005) destaca los siguientes significados para la noción bajo estudio:

1. La fracción como parte de un todo a veces continuo, a veces discreto.
2. La fracción como cociente.
3. La fracción como razón.
4. La fracción como operador.
5. La fracción en probabilidad.
6. La fracción en los puntajes.
7. La fracción como número racional.
8. La fracción como punto de una recta orientada.
9. La fracción como medida.
10. La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo.
11. La fracción como porcentaje.
12. La fracción en el lenguaje cotidiano.
13. La conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud.

14. La conceptualización signo – objeto de Duval.

Como es posible ver, el escrito presentado corresponde a un avance de investigación que se encuentra en proceso y que se encuentra vinculado con la noción de fracción y los distintos significados incorporados a él, además de cómo estos intervienen en sus operaciones. Asimismo se pretende investigar cuántas de esos significados se extienden al realizar operaciones con fracciones, para posteriormente evidenciar las vinculaciones entre los significados y en lo posible identificar la existencia de un modelo de enseñanza que los integre.

Conclusión

En resumen, la intención es encontrar –entre otras y como ya se advirtió- la respuesta a la tercera pregunta que en el trabajo se ha planteado: ¿Existe algún modelo que integre los distintos significados de la noción de fracción para su enseñanza?

Por lo que hasta ahora se ha encontrado, si bien no todos los significados de la noción referida son conectados, para algunos autores como Brousseau (2008) ha quedado evidenciada una “ruta” para conseguir a partir de fracciones y números decimales acceder a los números racionales; pareciendo ser a través de tres nociones: medida, razón y funciones lineales.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (2008). Rationals and decimals as required in the school curriculum. Part 3. Rationals and decimals as linear functions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27, 153- 176

D’Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. México: Reverté.

Fandiño, M.I. (2005). *Le frazioni, aspetti concettuali e didattici*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Bologna, Italia.

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA – IPN, México.

Moreno, L. (SF). *Apuntes de Epistemología genética*. Copia manuscrita.

SEP, (Secretaría de Educación Pública) (2001). *Libro para el maestro. Educación Secundaria*. México.

SEP, (Secretaría de Educación Pública) (2006). *Programas de Estudio 2006. Educación básica, Secundaria, Matemáticas*. México.